

Reparamétrisation en intervalles de Planck d'une cosmologie $R_H = ct$ à paramètre unique : équivalence avec la longueur de Compton critique, redshift thermodynamique et constance de Ω_γ

Stéphane Wojnow

Chercheur indépendant, Limoges, France

Résumé

Nous examinons la relation entre deux formulations d'une cosmologie de type $R_H = ct$. La première, développée par Haug, exprime un ensemble de paramètres cosmologiques en fonction d'un seul paramètre, la longueur d'onde de Compton réduite λ_c associée à la masse critique de Friedmann. La seconde représente le rayon de Hubble comme une ligne de N intervalles de Planck et la masse critique comme une accumulation de N contributions élémentaires égales à $\frac{1}{2} m_{Pl}$. Nous montrons que ces deux représentations sont reliées par une transformation algébrique exacte, $\lambda_c/l_{Pl} = 2/N$, de sorte que N , λ_c , le temps cosmique t , le rayon R_H , la masse critique M_H et le paramètre de Hubble H ne constituent pas des degrés de liberté indépendants dans ce cadre. La relation thermodynamique du fond diffus cosmologique devient alors $T_{CMB} \propto N^{-1/2}$. Associée à la loi de redshift de Haug et Tatum, $1+z = \sqrt{R_{H,0}/R_H(t)} = \sqrt{N_0/N(t)}$, elle restitue exactement $T(z)=T_0(1+z)$, implique $H(z)=H_0(1+z)^2$, et fait évoluer ρ_γ et ρ_c selon la même loi $(1+z)^4$. Le paramètre photonique $\Omega_\gamma = \rho_\gamma/\rho_c$ demeure ainsi constant. Cette construction résout la cohérence interne entre la thermodynamique du CMB, $R_H=ct$ et la loi $T(z)$ dans la prescription Haug-Tatum. Elle ne résout toutefois pas, à elle seule, la différence entre ce redshift thermodynamique et le redshift métrique FRW obtenu lorsque $H = \dot{a}/a = 1/t$.

Mots-clés : $R_H = ct$; longueur de Compton réduite ; unités de Planck ; masse critique de Friedmann ; fond diffus cosmologique ; redshift cosmologique ; paramètre de densité photonique ; Ω_γ ; Stefan-Boltzmann.

1. Introduction

Une classe particulière de modèles cosmologiques impose la relation cinématique

$$R_H(t) = ct. \quad (1)$$

avec

$$R_H = c/H. \quad (2)$$

Il en résulte immédiatement

$$H(t) = 1/t. \quad (3)$$

Dans un préprint récent, Haug [1] propose de réécrire les principales grandeurs cosmologiques d'un modèle $R_H=ct$ de type « Hubble sphere black hole » en fonction d'une seule grandeur : la longueur d'onde de Compton réduite de la masse critique de Friedmann. Dans les unités de Planck qu'il utilise, la masse, le rayon de Hubble, le temps de Hubble, la densité critique et la température du fond diffus cosmologique deviennent de simples puissances de ce paramètre.

Indépendamment de cette présentation, Wojnow [2] décrit R_H comme une ligne constituée de N intervalles de longueur l_{Pl} , avec

$$N = t/t_{Pl}, \quad R_H = N l_{Pl}, \quad (4)$$

et une masse critique écrite

$$M_H = N (m_{Pl}/2). \quad (5)$$

Cette dernière expression reproduit exactement la masse critique obtenue à partir de la densité de Friedmann lorsque $H=1/t$.

L'objectif de cet article est de montrer que les deux descriptions sont en réalité deux paramétrisations du même secteur algébrique, puis d'examiner les conséquences de cette correspondance pour la température du CMB, le redshift thermodynamique et le paramètre de densité photonique Ω_γ .

Une attention particulière est portée à la loi de redshift proposée par Haug et Tatum [3]. Celle-ci est dérivée de trois conditions : la relation thermodynamique issue de Stefan-Boltzmann, le principe $R_H=ct$, et la loi observationnelle

$$T(z) = T_0(1+z). \quad (6)$$

Nous montrerons que l'introduction de N rend particulièrement transparente la structure de cette loi.

2. Masse critique et compteur de Planck

La densité critique de Friedmann est

$$\rho_c = 3H^2/(8\pi G). \quad (7)$$

Le volume de la sphère de Hubble est

$$V_H = (4\pi/3) R_H^3. \quad (8)$$

Avec $R_H=c/H$, la masse critique contenue dans cette sphère vaut

$$M_H = \rho_c V_H = c^3/(2GH). \quad (9)$$

Dans un régime $H=1/t$,

$$M_H(t) = (c^3/2G)t. \quad (10)$$

Les unités de Planck satisfont

$$t_{Pl} = \sqrt{(\hbar G/c^5)}, \quad l_{Pl} = \sqrt{(\hbar G/c^3)}, \quad m_{Pl} = \sqrt{(\hbar c/G)}, \quad (11)$$

ainsi que

$$l_{Pl} = c t_{Pl}, \quad (12)$$

$$m_{Pl}/t_{Pl} = c^3/G. \quad (13)$$

L'équation (10) devient donc

$$M_H = \frac{1}{2} (m_{Pl}/t_{Pl})t. \quad (14)$$

En introduisant

$$N \equiv t/t_{Pl}, \quad (15)$$

on obtient

$$M_H = N m_{Pl}/2, \quad (16)$$

et, simultanément,

$$R_H = ct = cNt_{Pl} = Nl_{Pl}. \quad (17)$$

Les trois rapports sans dimension sont donc identiques :

$$N = t/t_{Pl} = R_H/l_{Pl} = M_H/(m_{Pl}/2). \quad (18)$$

Cette égalité est algébrique. Elle ne démontre pas, à elle seule, l'existence d'un mécanisme microscopique réalisant physiquement une création de $\frac{1}{2}m_{Pl}$ à chaque temps de Planck. Elle établit en revanche que cette écriture reproduit exactement la loi de masse critique sous les hypothèses considérées.

3. Correspondance avec la longueur de Compton critique

Haug [1] utilise la longueur d'onde de Compton réduite de la masse critique,

$$\lambda_c = \hbar/(M_H c). \quad (19)$$

Afin d'éviter toute confusion entre une longueur SI et son expression numérique en unités de Planck, introduisons

$$\lambda_* \equiv \lambda_c / l_{Pl}. \quad (20)$$

En substituant (16) dans (19),

$$\lambda_c = \hbar / [(N/2)m_{Pl} c]. \quad (21)$$

Or

$$\hbar / (m_{Pl} c) = l_{Pl}, \quad (22)$$

d'où

$$\lambda_c = 2l_{Pl}/N, \quad (23)$$

et par conséquent

$$\lambda_* = 2/N. \quad (24)$$

Inversement,

$$N = 2/\lambda_*. \quad (25)$$

La paramétrisation de Haug et celle par intervalles de Planck sont donc reliées par une transformation bijective. Les expressions de Haug pour R_H , t_H , M_H et H deviennent immédiatement

$$R_H / l_{Pl} = N, \quad t/t_{Pl} = N, \quad (26)$$

$$M_H / m_{Pl} = N/2, \quad (27)$$

$$Ht_{Pl} = 1/N. \quad (28)$$

Ainsi,

$$N = t/t_{Pl} = R_H / l_{Pl} = 2M_H / m_{Pl} = 2/\lambda_* = 1/(Ht_{Pl}). \quad (29)$$

Cette relation constitue le noyau de la correspondance entre les deux approches.

4. Tableau comparatif des deux paramétrisations

Le tableau suivant reformule les principales relations de Haug [1] avec le compteur N .

Grandeur	Paramétrisation de Haug, λ_*	Paramétrisation par N
Paramètre unique	λ_*	$N = 2/\lambda_*$
Temps cosmique	$t/t_{Pl} = 2/\lambda_*$	$t/t_{Pl} = N$
Rayon de Hubble	$R_H / l_{Pl} = 2/\lambda_*$	$R_H / l_{Pl} = N$
Paramètre de Hubble	$Ht_{Pl} = \lambda_*/2$	$Ht_{Pl} = 1/N$
Masse critique	$M_H / m_{Pl} = 1/\lambda_*$	$M_H / m_{Pl} = N/2$
Densité critique	$\rho_c / \rho_{Pl} = 3\lambda_*^2 / (32\pi)$	$\rho_c / \rho_{Pl} = 3 / (8\pi N^2)$
Température CMB	$T/T_{Pl} = \sqrt{\lambda_*} / (8\pi)$	$T/T_{Pl} = \sqrt{(2/N)} / (8\pi)$
Paramètre photonique	$\Omega_\gamma = 1 / (5760\pi)$	$\Omega_\gamma = 1 / (5760\pi)$
Aire de Hubble	$A / l_{Pl}^2 = 16\pi / \lambda_*^2$	$A / l_{Pl}^2 = 4\pi N^2$
Entropie $A / (4l_{Pl}^2)$	$4\pi / \lambda_*^2$	πN^2

La correspondance montre que le caractère « à un paramètre » proposé dans [1] est conservé. Le choix de λ_* ou de N ne modifie pas le nombre de degrés de liberté : il change leur représentation. L'avantage particulier de N est son interprétation simultanément temporelle, spatiale et massique donnée par (29).

5. Température du CMB dans la représentation N

La relation thermodynamique utilisée dans les trois travaux considérés est

$$T_{CMB} = (T_{Pl}/8\pi) \sqrt{(2l_{Pl}/R_H)}. \quad (30)$$

En utilisant $R_H = Nl_{Pl}$, l'équation (30) devient

$$T_{CMB}(N) = (T_{Pl}/8\pi) \sqrt{(2/N)}. \quad (31)$$

Ainsi,

$$T_{CMB} \propto N^{-1/2}. \quad (32)$$

Comme $N = t/t_{Pl}$,

$$T_{CMB}(t) = (T_{Pl}/8\pi) \sqrt{(2t_{Pl}/t)}, \quad (33)$$

soit

$$T_{CMB} \propto t^{-1/2}. \quad (34)$$

Enfin, puisque $H = 1/t$,

$$T_{CMB} = (T_{Pl}/8\pi) \sqrt{(2Ht_{Pl})}, \quad (35)$$

donc

$$T_{CMB} \propto \sqrt{H}. \quad (36)$$

Cette dernière relation est celle qui exige une attention particulière lorsqu'on cherche simultanément à imposer la loi observationnelle $T(z) = T_0(1+z)$.

6. La loi de redshift thermodynamique

6.1. Dérivation de Haug et Tatum

Haug et Tatum [3] considèrent à deux époques

$$T_0 = (T_{Pl}/8\pi) \sqrt{(2l_{Pl}/R_{H,0})}, \quad (37)$$

$$T_t = (T_{Pl}/8\pi) \sqrt{(2l_{Pl}/R_H(t))}. \quad (38)$$

Ils imposent en outre

$$T_t = T_0(1+z). \quad (39)$$

En divisant (38) par (37),

$$T_t/T_0 = \sqrt{(R_{H,0}/R_H(t))}. \quad (40)$$

L'équation (39) conduit alors à

$$1+z = \sqrt{(R_{H,0}/R_H(t))}. \quad (41)$$

C'est la loi de redshift centrale de Haug et Tatum [3].

6.2. Forme en fonction de N

Puisque $R_{H,0} = N_0 l_{Pl}$ et $R_H(t) = N(t) l_{Pl}$, l'équation (41) devient simplement

$$1+z = \sqrt{(N_0/N(t))}. \quad (42)$$

Par conséquent,

$$N(z) = N_0/(1+z)^2. \quad (43)$$

Compte tenu de $t = Nt_{Pl}$,

$$t(z) = t_0/(1+z)^2. \quad (44)$$

Et puisque $H = 1/t$,

$$H(z) = H_0(1+z)^2. \quad (45)$$

On obtient également

$$R_H(z) = R_{H,0}/(1+z)^2, \quad (46)$$

et, puisque $M_H \propto N$,

$$M_H(z) = M_{H,0}/(1+z)^2. \quad (47)$$

La structure complète peut être résumée par

$$N_0/N = t_0/t = R_{H,0}/R_H = H/H_0 = (1+z)^2. \quad (48)$$

Cette forme montre directement comment le redshift thermodynamique agit sur le compteur de Planck.

7. Résolution de la loi thermique $T(z)$

L'équation (31) donne $T(N) = (T_{Pl}/8\pi)\sqrt{(2/N)}$, tandis qu'au temps présent

$$T_0 = (T_{Pl}/8\pi)\sqrt{(2/N_0)}. \quad (49)$$

Le rapport vaut donc

$$T(N)/T_0 = \sqrt{(N_0/N)}. \quad (50)$$

L'équation (42) implique alors immédiatement

$$T(N)/T_0 = 1+z, \quad (51)$$

c'est-à-dire

$$T(z) = T_0(1+z). \quad (52)$$

La tension algébrique apparente entre $T \propto t^{-1/2}$ et $T \propto 1+z$ disparaît donc dans la prescription de redshift de Haug-Tatum, puisque cette dernière implique précisément

$$1+z \propto t^{-1/2}. \quad (53)$$

Le troisième article apporte ainsi l'élément qui manquait à une simple comparaison entre $T \propto \sqrt{H}$ et $R_H = ct$: il définit explicitement la relation redshift-temps nécessaire pour que les trois conditions soient satisfaites simultanément.

8. Conséquence pour le paramètre de densité photonique

Haug [1] obtient dans ce cadre

$$\Omega_\gamma = \rho_\gamma/\rho_c = 1/(5760\pi). \quad (54)$$

La représentation en N permet d'en comprendre immédiatement la constance. D'après (7) et (28),

$$\rho_c = 3H^2/(8\pi G) \propto N^{-2}. \quad (55)$$

Plus explicitement,

$$\rho_c = [3/(8\pi N^2)] \rho_{Pl}, \quad (56)$$

où $\rho_{Pl} = m_{Pl}/l_{Pl}^3$. D'autre part, la loi de Stefan-Boltzmann implique

$$\rho_\gamma \propto T^4. \quad (57)$$

Comme $T \propto N^{-1/2}$, il vient

$$\rho_\gamma \propto N^{-2}. \quad (58)$$

Par conséquent,

$$\rho_\gamma/\rho_c = \text{constante}. \quad (59)$$

En utilisant (54),

$$\rho_\gamma = \rho_{Pl}/[15360\pi^2 N^2]. \quad (60)$$

La loi de redshift (43) donne

$$N^{-2} = N_0^{-2}(1+z)^4. \quad (61)$$

On obtient donc simultanément

$$\rho_c(z) = \rho_{c,0}(1+z)^4, \quad (62)$$

$$\rho_\gamma(z) = \rho_{\gamma,0}(1+z)^4. \quad (63)$$

Le rapport reste ainsi invariant :

$$\Omega_\gamma(z) = \Omega_{\gamma,0} = 1/(5760\pi). \quad (64)$$

La constance de Ω_γ n'apparaît donc pas comme une propriété isolée. Elle est liée directement au fait que, dans cette construction,

$$T^4 \propto H^2. \quad (65)$$

La densité radiative issue de Stefan-Boltzmann et la densité critique de Friedmann possèdent alors exactement la même dépendance temporelle.

9. Statut de l'hypothèse de répétition thermodynamique

Dans [2], une voie géométrique distincte avait été proposée : la relation locale entre R_H et une hypersurface associée, séparée par une longueur l_{Pl} , était supposée se reproduire à toute époque. Sous cette hypothèse, la relation $T \propto R_H^{-1/2}$, combinée avec $T(z) = T_0(1+z)$, conduisait elle aussi à la loi en racine carrée. Le document souligne explicitement que la répétition de cette configuration à toute époque constituait une hypothèse et non une démonstration.

L'article de Haug et Tatum [3] modifie utilement le statut logique de cette question. La loi $1+z = \sqrt{(R_{H,0}/R_H(t))}$ n'a pas besoin d'être fondée uniquement sur l'hypothèse géométrique de répétition proposée dans [2] : elle est déjà obtenue dans [3] à partir du triplet $R_H = ct$, $T \propto R_H^{-1/2}$, $T(z) = T_0(1+z)$.

La répétition locale peut par conséquent être conservée comme interprétation géométrique possible de la loi thermodynamique, mais elle n'est plus nécessaire comme unique origine algébrique de la relation de redshift. Ce point renforce la cohérence interne entre [1], [2] et [3].

10. Ce que cette construction résout

La combinaison des trois approches permet de fermer une chaîne qui, considérée partiellement, semblait contradictoire. On peut partir de $R_H = Nl_{Pl}$ et écrire $M_H = N(m_{Pl}/2)$, puis $\lambda_* = 2/N$, et $H = 1/(Nt_{Pl})$. La thermodynamique impose ensuite $T \propto N^{-1/2}$. La prescription de redshift Haug-Tatum identifie $1+z = \sqrt{(N_0/N)}$, d'où $T(z) = T_0(1+z)$. Enfin, $\rho_\gamma \propto T^4 \propto N^{-2}$, tandis que $\rho_c \propto H^2 \propto N^{-2}$. Il en résulte $\Omega_\gamma = \text{constante}$.

Il existe donc une chaîne fermée :

$$N \leftrightarrow \lambda_* \leftrightarrow H \leftrightarrow T_{CMB} \leftrightarrow z. \quad (66)$$

dans laquelle une seule variable indépendante suffit à reconstruire les autres quantités sous les hypothèses du modèle.

11. Limite actuelle : redshift thermodynamique et redshift métrique FRW

Une difficulté conceptuelle subsiste toutefois et doit être clairement séparée de la cohérence thermodynamique obtenue ci-dessus. Dans une métrique FRW standard, le redshift cosmologique est défini par

$$1+z = a_0/a(t). \quad (67)$$

Si le paramètre de Hubble conserve sa définition métrique

$$H = \dot{a}/a, \quad (68)$$

et si simultanément

$$H = 1/t, \quad (69)$$

alors $\dot{a}/a = 1/t$. Après intégration,

$$a(t) \propto t. \quad (70)$$

La définition FRW donne alors

$$1+z = t_0/t. \quad (71)$$

Cette relation implique

$$H(z) = H_0(1+z), \quad (72)$$

et diffère donc de la relation Haug-Tatum

$$1+z = \sqrt{(t_0/t)}, \quad (73)$$

qui conduit à

$$H(z) = H_0(1+z)^2. \quad (74)$$

Haug et Tatum reconnaissent eux-mêmes que leur variante de $R_H=ct$ diffère sur ce point de la formulation de type Melia. Ainsi, le problème thermodynamique identifié précédemment est effectivement résolu à l'intérieur de la prescription Haug-Tatum, mais une question plus profonde demeure : comment relier le redshift thermodynamique (73) au redshift métrique FRW (71) ?

Cette question ne peut être réglée par une simple substitution de variables. Elle exige soit une dérivation géométrique montrant que le redshift pertinent n'est pas donné par (67) dans cette construction, soit une modification de l'identification entre H , $a(t)$ et le redshift observé. Elle constitue, à ce stade, la principale question ouverte de la synthèse proposée ici.

12. Discussion

La correspondance $\lambda_* = 2/N$ montre que la formulation par longueur de Compton critique et la formulation par compteur de Planck ne doivent pas être considérées comme deux modèles indépendants. Dans le secteur étudié, elles constituent deux coordonnées différentes sur le même ensemble de relations.

La formulation de Haug [1] présente l'avantage de relier directement les grandeurs macroscopiques à une longueur de Compton composite. La formulation N [2] rend en revanche explicite une structure de comptage :

$$t = N t_{Pl}, \quad R_H = N l_{Pl}, \quad M_H = N m_{Pl}/2.$$

En particulier, la valeur numérique $\lambda_* \approx 2.33753 \times 10^{-61}$ donnée par Haug implique

$$N = 2/\lambda_* \approx 8.55602 \times 10^{60}.$$

Le facteur deux trouve ainsi une interprétation algébrique simple :

$$N = 2M_H/m_{Pl}. \quad (75)$$

Autrement dit, $1/\lambda_*$ compte la masse critique en masses de Planck, tandis que $2/\lambda_* = N$ la compte en demi-masses de Planck. L'existence mathématique de cette identité doit néanmoins rester distincte de son interprétation ontologique. Rien dans les substitutions précédentes ne démontre que le temps ou l'espace sont physiquement discrets, ni qu'une demi-masse de Planck est matériellement créée à chaque t_{Pl} . Ce sont des questions supplémentaires qui nécessitent une dynamique ou une théorie microscopique.

13. Conclusion

Nous avons montré que la cosmologie à paramètre unique formulée par Haug en fonction de la longueur d'onde de Compton réduite de la masse critique et la représentation $R_H = N l_{Pl}$ accompagnée de $M_H = N(m_{Pl}/2)$ sont reliées par l'identité exacte

$$\lambda_c/l_{Pl} = 2/N.$$

Cette transformation conduit à la relation unifiée

$$N = t/t_{Pl} = R_H/l_{Pl} = 2M_H/m_{Pl} = 2/\lambda_* = 1/(H t_{Pl}).$$

Les principales grandeurs cosmologiques de [1] peuvent ainsi être réécrites en simples puissances de N . La température du CMB devient $T_{CMB} = (T_{Pl}/8\pi)\sqrt{(2/N)}$, ce qui implique $T \propto N^{-1/2}$. La loi de redshift de Haug et Tatum [3], $1+z = \sqrt{(R_{H,0}/R_H)} = \sqrt{(N_0/N)}$, fournit précisément la correspondance nécessaire pour obtenir

$T(z)=T_0(1+z)$. Elle entraîne $N(z)=N_0/(1+z)^2$ et $H(z)=H_0(1+z)^2$, puis $\rho_c(z)\propto(1+z)^4$ et $\rho_\gamma(z)\propto(1+z)^4$. La valeur $\Omega_\gamma=1/(5760\pi)$ peut par conséquent rester indépendante de l'époque dans cette construction.

Le troisième travail permet donc de résoudre le problème de cohérence thermodynamique entre $R_H=ct$, la relation Stefan-Boltzmann appliquée au CMB et $T(z)=T_0(1+z)$. Il permet également de replacer l'hypothèse de répétition géométrique de [2] dans un rôle interprétatif plutôt que comme unique fondement de la loi de redshift.

Une difficulté distincte demeure cependant : la loi $1+z=\sqrt{t_0/t}$ n'est pas celle obtenue par la définition métrique FRW $1+z=a_0/a$ lorsqu'on impose simultanément $H=\dot{a}/a=1/t$, qui conduit à $a(t)\propto t$ et donc $1+z=t_0/t$. La résolution de cette différence constitue l'étape théorique suivante nécessaire pour établir si le redshift thermodynamique de Haug-Tatum peut être dérivé d'une structure métrique complète et cohérente, plutôt que posé comme une relation cosmologique alternative.

Remerciements

L'auteur remercie les auteurs des travaux [1] et [3] pour les relations thermodynamiques et cosmologiques ayant servi de base à cette synthèse. Le travail géométrique présenté dans [2] a été développé avec l'assistance déclarée de Claude (Anthropic).

Le présent article a bénéficié de l'assistance de ChatGPT (OpenAI) pour la comparaison algébrique des trois travaux, l'identification explicite de la transformation $\lambda_*=2/N$, la vérification des substitutions entre N , H , R_H , M_H et T_{CMB} , la dérivation des lois $N(z)$, $\rho_c(z)$ et $\rho_\gamma(z)$, l'analyse du statut logique de la loi de redshift thermodynamique, ainsi que pour la structuration et la rédaction du manuscrit. Les choix conceptuels, hypothèses physiques et conclusions scientifiques restent sous la responsabilité de l'auteur.

Références

- [1] E. G. Haug, "A Proof that Cosmos Is One! All Cosmological Parameters Can Be Described Using Only One Parameter: The Compton Wavelength," Preprints.org, version 1, 2026, doi: 10.20944/preprints202601.0778.v1.
<https://www.preprints.org/manuscript/202601.0778>
- [2] S. Wojnow, "R_H = ct as a continuous line of N Planck intervals: a unified geometric presentation, and a hypothesis for the thermodynamic redshift law," Technical Note/Preprint, 14 July 2026.
https://www.researchgate.net/publication/409509964_RH_ct_as_a_continuous_line_of_N_Planck_intervals_a_unified_geometric_presentation_and_a_hypothesis_for_the_thermodynamic_redshift_law
- [3] E. G. Haug and E. T. Tatum, "A Newly-Derived Cosmological Redshift Formula Which Solves the Hubble Tension and Yet Maintains Consistency with $T_t = T_0(1+z)$, the $R_h = ct$ Principle and the Stefan-Boltzmann Law," European Journal of Applied Physics 7(1), 48-50 (2025), doi: 10.24018/ejphysics.2025.7.1.368.
<https://eu-opensci.org/index.php/ejphysics/article/view/11368>
- [4] E. G. Haug and S. Wojnow, "How to Predict the Temperature of the CMB Directly Using the Hubble Parameter and the Planck Scale Using the Stefan-Boltzmann Law," Journal of Applied Mathematics and Physics 12, 3552-3566 (2024), doi: 10.4236/jamp.2024.1210211.
- [5] E. T. Tatum, U. V. S. Seshavatharam and S. Lakshminarayana, "The Basics of Flat Space Cosmology," International Journal of Astronomy and Astrophysics 5, 116-124 (2015), doi: 10.4236/ijaa.2015.52015.
- [6] F. Melia and A. S. H. Shevchuk, "The $R_h = ct$ Universe," Monthly Notices of the Royal Astronomical Society 419, 2579 (2012).
- [7] D. J. Fixsen, "The Temperature of the Cosmic Microwave Background," The Astrophysical Journal 707, 916-920 (2009).