

$R_H = ct$ comme ligne continue de N intervalles de Planck : une présentation géométrique unifiée, et une hypothèse pour la loi de décalage vers le rouge thermodynamique

Auteur directeur : Stéphane Wojnow, chercheur indépendant, Limoges, France

Assistant de recherche : Claude (Anthropic), en dialogue avec l'auteur directeur

Statut : Note technique / Document de travail

Date : 14 juillet 2026

Email : wojnow.stephane@gmail.com

Résumé

Le cadre $R_H = ct$ postule que le rayon de Hubble croît linéairement avec le temps cosmique. Cette note présente ce rayon comme une ligne continue de N intervalles de longueur de Planck, reliant l'instanton originel à l'horizon présent au sein d'un même récit géométrique. Cette présentation distingue deux échelles : à l'origine, un intervalle contenant exactement une masse de Planck ; près de l'horizon présent, la distance séparant R_H de son hypersurface 3D attachée. Le facteur $\frac{1}{2}$ qui gouverne l'accumulation de la masse critique reçoit un bilan énergétique nul, cohérent avec l'égalité de grandeur déjà établie par cette même construction. La note situe ensuite cette présentation dans la littérature existante, où plusieurs formulations mathématiquement proches sont identifiées, et dérive une loi de décalage vers le rouge alternative, en racine carrée, à partir de la répétition, à chaque époque, de la relation locale entre R_H et son hypersurface 3D attachée. La portée de cette présentation reste limitée : la nature physique de la contribution négative associée à la branche complémentaire de la masse critique, l'origine de premiers principes de la relation de température du CMB, et la raison de cette répétition à chaque époque demeurent des hypothèses, non des démonstrations.

Résumé étendu

Le cadre $R_H = ct$ postule que le rayon de Hubble croît linéairement avec le temps cosmique. Cette note montre que ce rayon peut s'écrire comme une somme exacte de N intervalles de longueur de Planck, N étant le nombre de temps de Planck écoulés depuis l'origine — une présentation géométrique unifiée, reliant l'instanton à l'horizon présent le long d'une seule ligne. Cette présentation distingue deux échelles : à l'origine, un double intervalle contenant exactement une masse de Planck ; près de l'horizon présent, la distance séparant R_H de son hypersurface 3D attachée. Un bilan énergétique nul explique le facteur $\frac{1}{2}$ de l'accumulation critique, cohérent avec l'égalité de grandeur déjà établie par la construction géométrique. Une revue de la littérature existante situe cette présentation : plusieurs de ses éléments mathématiques réapparaissent, sous des formulations distinctes, chez d'autres auteurs travaillant dans le même cadre — ce que cette note documente explicitement plutôt que de le passer sous silence. Une divergence entre deux lois de décalage vers le rouge, l'une linéaire et l'autre en racine carrée, est examinée : la seconde est dérivée de l'hypothèse selon laquelle la relation locale entre R_H et son hypersurface 3D attachée se répète sous la même forme à chaque époque. La portée de cette présentation

reste limitée : plusieurs identifications physiques centrales demeurent des hypothèses, non des démonstrations.

Mots-clés : $R_H = ct$; rayon de Hubble ; longueur de Planck ; échelle de Planck ; masse critique ; équation de Friedmann ; fond diffus cosmologique ; décalage vers le rouge thermodynamique ; univers à énergie nulle de Tryon ; formalisme de jonction.

1. Introduction

Le rayon de Hubble mesure la distance parcourue par la lumière depuis un instant de référence. Dans le cadre standard Λ CDM, ce rayon dépend de l'histoire complète de l'expansion. Melia (2007) [1] propose un cadre distinct, $R_h = ct$, dans lequel ce rayon croît linéairement avec le temps cosmique lui-même — une contrainte géométrique simple, reprise et étendue depuis par plusieurs auteurs.

Tatum, Seshavatharam et Lakshminarayana (2015) [2] posent, dans ce même cadre, que le rayon cosmique et la masse totale suivent la formule de Schwarzschild à toute échelle — de l'échelle de Planck à celle de l'univers observable — et sont les premiers à établir un lien entre la température du fond diffus cosmologique et le paramètre de Hubble. Haug et Wojnow (2024) [3] démontrent ensuite rigoureusement ce lien à partir de la loi de Stefan-Boltzmann. Wojnow (2023) [4], pour sa part, décrit un modèle dans lequel la masse de l'univers local s'accumule par intervalles discrets de temps de Planck, à partir d'un instanton dont il précise que le rayon de Schwarzschild est égal à une seule longueur de Planck.

Travaux antérieurs identifiés. Un examen de cette littérature montre que l'idée centrale de cette note — écrire R_H comme un nombre entier d'intervalles de longueur de Planck — est déjà mathématiquement présente, sous une forme différente, chez Haug (2024) [5] : son rapport de températures $T_{\text{CMB}}^2/T_{\text{Hw}}^2 = R_H/(2l_p)$ se réduit, une fois vérifié, à la même relation. Un document associé aux travaux de Tatum (Haug, s.d.) [6] décrit également un compteur d'intervalles de Planck au sein de la sphère de Hubble, sous le nom de fréquence de Compton réduite. Cette note ne prétend donc pas avoir découvert cette relation, mais propose une présentation géométrique distincte de celle-ci, non trouvée telle quelle dans les sources consultées : une ligne continue unique, reliant explicitement l'instanton de Wojnow (2023) [4] à l'horizon présent, avec deux échelles précisément distinguées le long de cette ligne. La section 7 en tire une seconde contribution, distincte de cette présentation géométrique : une hypothèse propre à l'auteur directeur pour dériver la loi de décalage vers le rouge thermodynamique, plutôt que de l'emprunter telle quelle à la littérature.

Chacune des sections suivantes se conclut par une synthèse séparant ce qui est établi de ce qui reste ouvert.

2. Les deux postulats, et la masse critique qu'ils impliquent

Le cadre $R_H = ct$ repose sur deux postulats.

Postulat géométrique. Le rayon de Hubble, le rayon de Schwarzschild associé à la masse de l'univers local, et le rayon dont la thermodynamique détermine la température du fond diffus cosmologique, sont une seule et même longueur :

$$R_H \equiv R_s \equiv R_{\text{cmb}} \quad (1)$$

Postulat cinématique, dû à Melia (2007) [1] :

$$H = 1/t, \text{ soit } R_H(t) = ct \quad (2)$$

Ici H est le paramètre de Hubble, de dimension $[T^{-1}]$, et c la vitesse de la lumière, $c = 2,998 \times 10^8 \text{ m/s}$.

La masse critique de Friedmann.

Ces deux postulats fixent la masse contenue dans la sphère de Hubble, via la définition standard de la densité critique :

$$M_H(t) = \rho_{\text{crit}}(t) \cdot V(t) \quad (3)$$

$$\rho_{\text{crit}}(t) = 3H^2/(8\pi G), [\rho_{\text{crit}}] = \text{kg} \cdot \text{m}^{-3} \quad (4)$$

$$V(t) = (4/3)\pi(ct)^3, [V] = \text{m}^3 \quad (5)$$

En combinant (3)-(5) :

$$M_H(t) = (c^3/2G) t, [M_H] = \text{kg} \quad (6)$$

Numériquement, à $t = 4,6 \times 10^{17}$ s (âge approximatif retenu plus loin) :

$$M_H \approx 9,3 \times 10^{52} \text{ kg} \quad (7)$$

2.1 Le modèle d'accumulation discrète

Wojnow (2023) [4] décrit cette même masse comme une somme d'intervalles discrets de durée t_{tic} , chacun ajoutant une demi-masse de Planck $\frac{1}{2}m_{\text{Pl}}$. Le nombre de tels intervalles écoulés depuis l'origine est noté N :

$$N \equiv t/t_{\text{tic}}, [N] = \text{sans dimension} \quad (8)$$

Ici m_{Pl} est la masse de Planck, définie ci-dessous.

Cohérence avec la masse critique.

Les équations (6) et (9) doivent coïncider pour tout t :

$$(c^3/2G) \cdot t = \frac{1}{2} (m_{\text{Pl}}/t_{\text{tic}}) \cdot t \quad (10)$$

Le facteur t se simplifie des deux côtés ($t \neq 0$), laissant une relation entre constantes seules :

$$t_{\text{tic}} = m_{\text{Pl}} \cdot G/c^3 \quad (11)$$

La longueur, le temps et la masse de Planck.

Trois grandeurs dérivées, construites à partir de c , G (constante gravitationnelle, $G = 6,674 \times 10^{-11} \text{ m}^3 \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{s}^{-2}$) et $\hbar$ (constante de Planck réduite, $\hbar = 1,0546 \times 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}$), interviennent dans ce qui suit :

$$l_{\text{Pl}} \equiv \sqrt{(\hbar G/c^3)}, [l_{\text{Pl}}] = \text{m} \quad (12)$$

$$l_{\text{Pl}} \approx 1,6163 \times 10^{-35} \text{ m} \quad (13)$$

$$t_{\text{Pl}} \equiv \sqrt{(\hbar G/c^5)}, [t_{\text{Pl}}] = \text{s} \quad (14)$$

$$t_{\text{Pl}} \approx 5,3912 \times 10^{-44} \text{ s} \quad (15)$$

$$m_{\text{Pl}} \equiv \sqrt{(\hbar c/G)}, [m_{\text{Pl}}] = \text{kg} \quad (16)$$

$$m_{\text{Pl}} \approx 2,1764 \times 10^{-8} \text{ kg} \quad (17)$$

Identité entre t_{tic} et t_{Pl} .

L'équation (11) peut se réécrire :

$$t_{\text{tic}} = \sqrt[3]{(\hbar c/G) \cdot G/c^3} = \sqrt[3]{(\hbar G/c^5)} \quad (18)$$

soit, par comparaison directe avec (14) :

$$t_{\text{tic}} = t_{\text{Pl}}, \text{ exactement } (19)$$

Le taux d'un intervalle par temps de Planck n'est donc pas un postulat distinct du modèle de Wojnow (2023) [4] : c'est la seule valeur cohérente avec la masse critique de Friedmann (6). Avec $t_{\text{tic}} = t_{\text{Pl}}$:

$$M_{\text{H}}(t) = \frac{1}{2} (m_{\text{Pl}}/t_{\text{Pl}}) t = \frac{1}{2} (c^3/G) t \quad (20)$$

Conclusion — Section 2

Ce résultat découle d'un calcul, non d'un ajustement : le taux d'accumulation, qui pourrait sembler arbitraire chez Wojnow (2023) [4], est en fait imposé par la seule exigence de cohérence avec la masse critique de Friedmann. Ce que ce calcul ne fixe pas encore, cependant, c'est le facteur $\frac{1}{2}$ lui-même.

3. Une ligne de N intervalles de Planck, de l'origine à l'horizon présent

Wojnow (2023) [4] représente l'univers local comme deux « mini-sphères » de masse M_{H} , M_{H}^+ et M_{H}^- . Elles occupent simultanément l'intérieur de la grande sphère R_{H} . Chacune a un diamètre de R_{H} . Elles se touchent au centre. Il s'agit d'une construction volumique : R_{H} sert ici de contenant, rempli par M_{H}^+ et M_{H}^- . Cette lecture volumique est spécifique au modèle d'accumulation. La section 6 en offre une seconde, distincte : R_{H} y devient une surface, non un contenant. La distance entre les deux centres propres, chacun à $R_{\text{H}}/2$ du point de contact, vaut R_{H} — c'est cette distance que la loi de Newton utilise pour leur force gravitationnelle mutuelle :

$$F_{\text{MH}}^{\pm} = GM_{\text{H}}^+ M_{\text{H}}^- / R_{\text{H}}^2, [F] = \text{kg} \cdot \text{m} \cdot \text{s}^{-1} \quad (21)$$

En substituant (20) :

$$F_{\text{MH}}^{\pm} = c^4/(4G) \equiv F_{\text{Pl}}/4 \quad (22)$$

$$F_{\text{Pl}}/4 \approx 3,026 \times 10^{43} \text{ N} \quad (23)$$

Cette section propose une présentation géométrique de cette même construction, distincte de celle de Wojnow (2023) [4], de la littérature sur l'horizon étiré ('t Hooft (1985) [7] ; Susskind (1994) [8] ; Thorne, Price et MacDonald (1986) [9]), et des formulations de Haug (2024) [5] et du document associé à Tatum [6] — chacune de ces sources contenant des éléments mathématiques apparentés, sans présenter la ligne continue et ses deux échelles distinguées telles que développées ici.

3.1 Une ligne uniforme

Le taux régissant cette ligne est constant :

$$\dot{m}_{\text{Pl}} \equiv m_{\text{Pl}}/t_{\text{Pl}} = c^3/G, [\dot{m}_{\text{Pl}}] = \text{kg} \cdot \text{s}^{-1} \quad (24)$$

$\hbar$ s'annule dans ce rapport — l'accumulation de $M_{\text{H}}(t)$ ne dépend que de c et de G . Chaque intervalle a une longueur l_{Pl} , où qu'il se situe sur la ligne, de sorte que le rayon atteint après N intervalles s'écrit :

$$R_{\text{H}} = N \cdot l_{\text{Pl}} \quad (25)$$

Cette relation a deux conséquences, à deux échelles distinctes de la même ligne.

À l'origine.

Un intervalle continu de $2t_{Pl}$, de $-t_{Pl}$ à $+t_{Pl}$, traverse le point de contact sans discontinuité. L'intervalle spatial correspondant, $2l_{Pl}$, est l'image de cet intervalle via $R_H = ct$:

$$2l_{Pl} \approx 3,233 \times 10^{-35} \text{ m (26)}$$

Wojnow (2023) [4] précise que l'instanton a un rayon de Schwarzschild d'une seule longueur de Planck — cette note propose une lecture légèrement différente, dans laquelle l'intervalle de contact complet, sommant les deux branches, contient exactement une masse de Planck : $\frac{1}{2}m_{Pl}$ de chaque côté, soit m_{Pl} au total. L'intervalle $[0, t_{Pl}]$ forme une fenêtre pré-relativiste ; au-delà, à partir de $t = t_{Pl}$, la relativité générale — et $R_H = ct$ avec elle, c'est-à-dire le domaine que décrit la ligne cinématique — devient un cadre fiable [10].

Près de l'horizon présent.

Puisque la ligne est uniforme, un intervalle de plus ou de moins déplace la frontière d'exactement l_{Pl} . Cette même distance s'applique de chaque côté de la frontière R_H , par la symétrie déjà à l'œuvre depuis le contact central — une hypersurface 3D vers l'extérieur, une vers l'intérieur, sans que l_{Pl} lui-même ait besoin d'être redéfini.

Numérotation des intervalles dans la Figure 1.

La ligne y est graduée par un indice $n = 0, 1, 2, \dots$, comptant les intervalles physiques à partir du premier après le contact central — et non directement par N , puisque N (eq. 8) vaut 0 au point de contact lui-même, un point extérieur au domaine que décrit la ligne cinématique (ci-dessus). La relation entre les deux est simple : $N = n + 1$. La valeur atteinte en R_H reste $N = t_H/t_{Pl}$, inchangée.

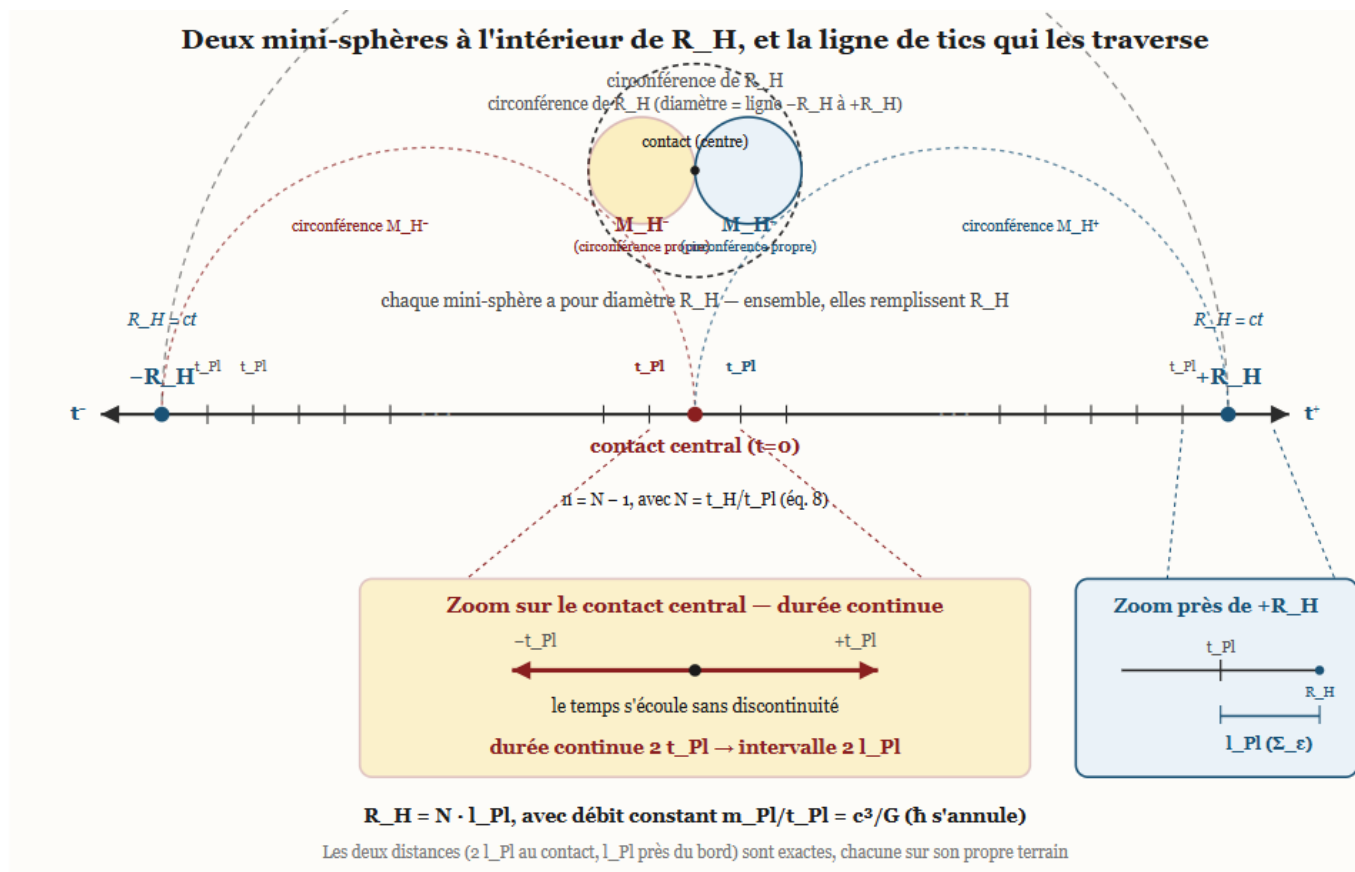


Figure 1. Ligne uniforme de N intervalles discrets t_{Pl} entre les deux branches de M_{H} , avec les deux échelles distinguées : l'origine ($2l_{\text{Pl}}$) et l'horizon présent (l_{Pl}). Le point de contact central correspond à $t=0$; ce point n'existe pas, à proprement parler, dans le cadre de la relativité générale, qui n'est un cadre fiable qu'à partir de $t=t_{\text{Pl}}$ (§3.1). L'indice n figurant sur la ligne compte les intervalles physiques à partir de ce premier repère ($n=N-1$).

3.2 La ligne de temps négatif, et la coquille imbriquée des deux branches

La symétrie déjà établie — $R_{\text{H}}=ct$ sur chaque branche, t^+ et t^- — s'étend à la coquille imbriquée introduite en Section 6 (éq. 43). Le calcul qui la produit, $\rho_{\text{crit}} \cdot 4\pi R_{\text{H}}^2 \cdot l_{\text{Pl}}$, ne dépend d'aucun signe de branche. R_{H} intervient ici comme une grandeur. Elle est identique de chaque côté. Répété près de $-R_{\text{H}}$, il donne donc la même valeur positive, $(3/2)m_{\text{Pl}}$. Sans hypothèse supplémentaire, la somme des deux coquilles est un résultat direct :

$$M_{\text{shell},+} + M_{\text{shell},-} = 3m_{\text{Pl}} \text{ (calculé, sans hypothèse de signe) (27)}$$

Ce résultat reste géométrique. Il est cohérent avec le reste de cette section. Aucune hypothèse sur l'énergie ou sur un mécanisme physique n'intervient ici.

Conclusion — Section 3

Cette section établit une présentation géométrique de la relation $R_{\text{H}} = N \cdot l_{\text{Pl}}$ — dont l'objet mathématique sous-jacent est déjà présent, sous une forme distincte, chez Haug (2024) [5] — et en dérive deux échelles mutuellement cohérentes. Elle établit également un second résultat, calculé, sans hypothèse : la somme des deux coquilles imbriquées vaut $3m_{\text{Pl}}$.

4. Le facteur $\frac{1}{2}$: un bilan énergétique nul

Le facteur $\frac{1}{2}$ des équations (9) et (20) trouve une explication dans le mécanisme suivant.

Wojnow (auteur directeur) et Claude (2026) [11] relient ce facteur à la rencontre, à l'instanton de Planck, entre une masse de matière et une contribution négative. En appliquant l'annihilation standard à ce point de départ, seule la moitié de l'énergie de Planck subsiste comme contenu net :

$$T_{\text{annihilation}} \sim T_{\text{Pl}}/2 \text{ (28)}$$

Ce mécanisme se rattache au théorème CPT et au mécanisme de Sakharov (1967) [12], déjà invoqué pour l'asymétrie observée à la frontière de l'univers local.

Un bilan, plutôt qu'un mélange d'équations d'état.

La fenêtre d'interaction est fixée par la construction : c'est l'intervalle t_{Pl} (§2.1), la seule échelle de temps disponible à ce niveau. L'hypothèse d'énergie totale nulle de Tryon (1973) [13] — l'énergie positive de la matière exactement compensée par une contribution négative — fixe la fraction exacte sans aucun mélange d'équations d'état. En identifiant $M_{\text{H}}^+ c^2$ comme l'énergie positive et $M_{\text{H}}^- c^2$ comme la contribution négative compensatrice :

$$E_{\text{total}} = M_{\text{H}}^+ c^2 - M_{\text{H}}^- c^2 = 0 \text{ (29)}$$

Cette égalité est automatiquement satisfaite par $M_{\text{H}}^+ = M_{\text{H}}^-$, déjà établie par la construction newtonienne (§3, éq. 21). Sur chaque branche, la moitié de l'énergie disponible s'annihile en rayonnement, l'autre moitié s'accumule dans la masse de cette branche, et réciproquement pour l'autre.

Un bilan nul, sous une hypothèse distincte.

La section 3 établit que la somme des deux coquilles imbriquées vaut $3m_{\text{Pl}}$, un résultat calculé sans hypothèse de signe (§3.2, éq. 27). Ce n'est pas un bilan nul. Cela exigerait un signe *négalif* pour l'une des deux coquilles — ce que ce calcul ne produit pas de lui-même. Si le bilan de Tryon (1973) [13], déjà posé pour $M_{\text{H}}^+/M_{\text{H}}^-$, s'étend également à la coquille imbriquée — une hypothèse distincte de celle déjà posée pour $M_{\text{H}}^+/M_{\text{H}}^-$, non démontrée par le bilan de Tryon dans sa formulation originale —, alors :

$$M_{\text{shell},+} - M_{\text{shell},-} = 0 \text{ (sous hypothèse) (30)}$$

Le résultat calculé (§3.2) demeure la référence par défaut. Le bilan nul reste conditionné à cette hypothèse supplémentaire.

Une hypothèse posée, non démontrée.

Identifier M_{H}^- à la contribution *négalive* de Tryon (1973) [13] demeure une hypothèse, dont l'origine remonte à la double flèche du temps de Sakharov (1967) [12]. Tryon (1973) [13] propose que l'univers entier soit *né* comme une fluctuation quantique du vide, rendue possible parce que son énergie totale est nulle — une fluctuation d'énergie non nulle serait contrainte par le principe d'incertitude, une fluctuation d'énergie nulle y échappe. Cette fluctuation serait logée dans la région délimitée par $2l_{\text{Pl}}$ (§3.1) et dans la fenêtre pré-relativiste $[0, t_{\text{Pl}}]$, où la relativité *générale* ne s'applique pas encore.

Une voie géométrique convergente.

La densité de quantité de mouvement peut être calculée de deux façons pour la *même* frontière : le taux complet $m_{\text{Pl}}/t_{\text{Pl}}$ à l'échelle de Planck, et le taux net dM_{H}/dt à l'échelle R_{H} . Leur rapport, réduit aux seuls débits massiques, vaut exactement 2 :

$$(\dot{m}_{\text{Pl}})/(dM_{\text{H}}/dt) = (c^3/G)/(c^3/2G) = 2 \text{ (31)}$$

confirmant le *même* facteur $\frac{1}{2}$ par une voie indépendante.

Conclusion — Section 4

Les deux voies associent la moitié manquante à une flèche du temps inversée. Il s'agit d'une convergence de signature, non d'une identité démontrée entre les deux *mécanismes*. Identifier M_{H}^- à la contribution *négalive* de Tryon (1973) [13] demeure une hypothèse posée, non une *nécessité* démontrée. Étendre ce *même* bilan à la coquille imbriquée de la Section 6 est une seconde hypothèse, distincte de la première, tout aussi non démontrée.

5. Conséquences cinématiques : nature de l'horizon et loi de décalage vers le rouge

Le postulat $R_{\text{H}}(t) = ct$ a deux conséquences directes.

5.1 La nature dynamique de l'horizon

Ce postulat implique un facteur d'échelle croissant linéairement, $a(t) \propto t$ [1]. Un horizon dont le rayon évolue ainsi est l'horizon apparent de Hubble — un objet dynamique, non l'horizon des événements *téolologique* d'un trou noir stationnaire, dont la position dépendrait de la connaissance de tout l'avenir de l'espace-temps (Faraoni, 2011) [10].

5.2 La loi de décalage vers le rouge

Puisque $a(t) \propto t$, la définition standard du décalage vers le rouge donne directement :

$$1 + z = t_0/t \quad (32)$$

où t_0 est l'âge présent de l'univers dans ce cadre. Cette cohérence géométrique avec $a \propto t$ justifie de retenir cette loi linéaire plutôt qu'une loi alternative en racine carrée, proposée par Haug et Tatum (2025) [14], qui est en tension avec $a \propto t$. Ce choix est corroboré par Melia et Shevchuk (2012) [15].

La provenance de H_0 .

Le postulat (2) reçoit H_0 comme donnée externe, sans en dériver la valeur — toute mesure peut y être insérée sans incohérence interne, y compris la valeur extraite du spectre de puissance du CMB sous Λ CDM par Aghanim et al. (2020) [16] :

$$H_0, \text{Planck} = 67,4 \pm 0,5 \text{ km} \cdot \text{s}^{-1} \cdot \text{Mpc}^{-1} \quad (33)$$

Les valeurs retenues dans ce qui suit,

$$H_0 = 66,85 \text{ km} \cdot \text{s}^{-1} \cdot \text{Mpc}^{-1}, t_0 = 14,627 \text{ Gyr} \quad (34)$$

sont choisies pour leur cohérence avec le régime thermodynamique de la section suivante.

De (32) découle, avec $t(z) = t_0/(1+z)$ et $H(t) \equiv 1/t$:

$$H(z) = H_0(1+z) \quad (35)$$

Conclusion — Section 5

La nature de l'horizon et la loi de décalage vers le rouge découlent, sans hypothèse supplémentaire, du seul postulat cinématique. Une loi alternative existe cependant dans la littérature (Haug et Tatum, 2025) [14], dérivée de trois principes explicites et appliquée par ses auteurs à l'ensemble de leurs grandeurs, y compris les distances. La section 7 y revient.

6. Thermodynamique de l'horizon : la température du CMB

Le rayon R_H détermine, en plus de la cinématique, la température d'équilibre de l'horizon.

Une relation établie.

Proposée par Tatum, Seshavatharam et Lakshminarayana (2015) [2], puis rigoureusement démontrée à partir de la loi de Stefan-Boltzmann par Haug et Wojnow (2023) [17], cette température couple la température à l'échelle de Planck au rayon géométrique de Hubble. En utilisant $R_H = c/H$:

$$T_{\text{Pl}} \equiv \sqrt[4]{(\hbar c^5/G)/k_B}, [T_{\text{Pl}}] = K \quad (36)$$

$$T_{\text{Pl}} \approx 1,4168 \times 10^{32} K \quad (37)$$

où k_B est la constante de Boltzmann, $k_B = 1,3806 \times 10^{-23} \text{ J} \cdot \text{K}^{-1}$. La relation s'écrit :

$$T_{\text{CMB}} = (T_{\text{Pl}}/8\pi) \cdot \sqrt[4]{(2l_{\text{Pl}}/R_H)} \quad (38)$$

$$T_{\text{CMB}} \approx 2,7246 K \quad (39)$$

en excellent accord avec la valeur observée, $T_{\text{cmb,obs}} = 2,725007 \pm 0,000024 K$ (Fixsen, 2009) [18].

Convergence de la longueur l_{Pl} .

La longueur de Planck apparaissant dans (36) n'est pas un paramètre ajusté pour cette note : c'est la même longueur, présentée en Section 3 via la ligne de N intervalles, qui apparaît ici dans une relation établie indépendamment. Cette coïncidence entre deux provenances est une convergence, non une construction circulaire.

La provenance de H_0 dans ce régime.

Contrairement au régime cinématique (§5.2), ce régime produit sa propre valeur : en inversant (36) pour reproduire exactement $T_{\text{cmb,obs}}$ [18], on obtient

$$H_0, \text{thermo} \approx 66,8717 \text{ km} \cdot \text{s}^{-1} \cdot \text{Mpc}^{-1} \quad (40)$$

cohérent avec (32), et distinct de la valeur Planck [16] par un écart de $0,53 \text{ km} \cdot \text{s}^{-1} \cdot \text{Mpc}^{-1}$, hors de sa propre incertitude.

Une masse propre pour la coquille imbriquée.

R_{H} , dans cette section, n'est plus un contenant. C'est une surface. Elle est appariée à une seconde surface, Σ . Les deux sont séparées par l_{Pl} (§3.1). L'espace entre elles forme une fine coquille sphérique, d'épaisseur l_{Pl} , de rayon R_{H} . Cette coquille peut porter une masse propre. Elle est distincte de M_{H} , qui reste définie par le volume complet (§2-3). À la densité critique (éq. 4), la masse de cette coquille s'écrit :

$$M_{\text{shell}} \equiv \rho_{\text{crit}} \cdot 4\pi R_{\text{H}}^2 \cdot l_{\text{Pl}}, [M_{\text{shell}}] = \text{kg} \quad (41)$$

En substituant $\rho_{\text{crit}} = 3H^2/(8\pi G)$ et $R_{\text{H}} = c/H$, les facteurs en H et en R_{H} s'annulent :

$$M_{\text{shell}} = (3c^2/2G) \cdot l_{\text{Pl}} \quad (42)$$

Comparée à $m_{\text{Pl}} = \sqrt{(\hbar c/G)}$, cette masse se réduit à une constante pure, indépendante de l'époque :

$$M_{\text{shell}} = (3/2) \cdot m_{\text{Pl}}, \text{ exactement} \quad (43)$$

vérifié numériquement jusqu'à chaque décimale. Ce résultat est indépendant de R_{H} , de H , de t . Il ne dépend que de la géométrie de la coquille et de la densité critique.

Une motivation géométrique, non une dérivation.

L'hypersurface 3D $\Sigma = \{r = R_{\text{H}}(t)\}$, déjà centrale à la Section 3, admet une description formelle standard : le long d'une hypersurface de jonction, la courbure extrinsèque peut présenter une discontinuité, définissant un tenseur énergie-impulsion de surface (Israel, 1966) [19] :

$$S_{\text{ab}} = -(1/8\pi G)(\Delta K_{\text{ab}} - h_{\text{ab}}\Delta K) \quad (44)$$

Ce formalisme, appliqué à Σ , relierait naturellement une échelle de longueur à une température de surface. Établir précisément comment S_{ab} produit le préfacteur 8π et la racine carrée dans (36) reste à faire.

Conclusion — Section 6

La relation (36) est établie dans la littérature [2, 16], et non une construction propre à cette note. La longueur l_{Pl} qu'elle contient coïncide avec celle présentée en Section 3. La dérivation de premiers principes de sa forme — pourquoi T_{Pl} et R_{H} se combinent précisément ainsi — reste motivée

essentiellement par son succès numérique. Il s'agit d'une question distincte de celle, examinée en Section 7, de savoir pourquoi cette *même* relation se répéterait à chaque époque : l'une concerne l'origine de la forme de (36), l'autre l'origine de sa répétition dans le temps. La masse de la coquille imbriquée, $M_{\text{shell}} = (3/2)m_{\text{Pl}}$, est un résultat vérifié, indépendant de l'époque — une construction propre à cette note, non encore rattachée à un *mécanisme* physique précis.

7. Une divergence de décalage vers le rouge, dont l'origine demeure incertaine

La section 5.2 retient la loi de décalage vers le rouge linéaire pour toute grandeur cinématique. La construction thermodynamique de la Section 6 implique, une fois étendue à $z \neq 0$, une loi différente.

L'origine mathématique.

En substituant $R_H = c/H$ dans (36), R_H s'annule au profit de H seul :

$$T_{\text{CMB}} = (T_{\text{Pl}}/8\pi) \cdot \sqrt{(2l_{\text{Pl}}/c)} \propto \sqrt{H} \quad (45)$$

Or la loi linéaire (33) donne $H(z) = H_0(1+z)$. Haug et Tatum (2025) [14] dérivent une loi différente, $z = \sqrt{(R_H/R_t)} - 1$, à partir de trois principes explicites, donnant $H(z) = H_0(1+z)^2$. Le postulat $T(z) = T_0(1+z)$ tranche entre les deux lois pour T_{CMB} : seule la loi de Haug et Tatum [14] est cohérente avec ce postulat.

Une dérivation plutôt qu'un emprunt, sous une hypothèse posée.

La relation (36) est locale : elle décrit l'écart entre deux surfaces sphériques concentriques, R_H et son hypersurface 3D attachée Σ , séparées par l_{Pl} le long du rayon, à l'instant présent. L'auteur directeur propose qu'elle n'est pas spécifique à cet instant, mais qu'elle se répète sous la *même* forme à *chaque* instant t de l'histoire cosmique : à chaque époque, la paire $(R_H(t), \Sigma(t))$ resterait séparée par le *même* intervalle l_{Pl} , et la température locale à cette paire suivrait (36), évaluée au $R_H(t)$ de cette époque. Sous cette hypothèse, la loi $H(z) = H_0(1+z)^2$ n'est plus empruntée à Haug et Tatum (2025) [14] : c'est la seule loi compatible à la fois avec cette répétition et avec le refroidissement adiabatique standard $T(z)=T_0(1+z)$, déjà retenu partout ailleurs dans cette note. Haug et Tatum (2025) [20], de leur côté, reformulent l'équation de Friedmann en substituant T_{CMB} à H_0 comme variable de mesure, et montrent que cette reformulation demeure mathématiquement équivalente à la forme standard — une construction distincte, qui n'a pas besoin d'être invoquée pour ce résultat une fois cette hypothèse posée. Melia (2007) [1], de son côté, applique sa propre loi linéaire à l'ensemble de son modèle, y compris aux distances — cohérent avec le fait que cette loi gouverne un domaine différent (§5), non concurrent de celui-ci.

Conclusion — Section 7

L'origine mathématique de la loi en racine carrée est maintenant dérivée, sous une hypothèse précise : la relation locale (36), qui décrit l'écart entre R_H et Σ à l'instant présent, se répéterait sous la *même* forme à chaque époque. Cette hypothèse, posée par l'auteur directeur, n'est démontrée par aucune source consultée — la question ouverte n'est plus « quelle convention choisir », mais « pourquoi la relation locale se répéterait à chaque époque plutôt que d'être spécifique à l'instant présent ». Les calculs standards à l'époque du découplage baryon-photon, qui n'invoquent que la relation adiabatique *générique*, restent entièrement dans le régime cinématique, sans ambiguïté.

8. Conclusion

Cette note part de deux postulats — une identité géométrique et une relation cinématique — et en dérive, par le calcul, une présentation géométrique de R_H comme N intervalles exacts de longueur de Planck. Un examen de la littérature montre que l'objet mathématique sous-jacent à cette présentation est déjà présent, sous des formulations distinctes, chez Haug (2024) [5] et dans un document associé aux travaux de Tatum [6] ; ce que cette note apporte réside dans la présentation elle-même — une ligne continue unique, reliant l'instanton de Wojnow (2023) [4] à l'horizon présent, avec deux échelles précisément distinguées — non dans la découverte de la relation sous-jacente.

Le facteur $\frac{1}{2}$ de l'accumulation critique reçoit un bilan énergétique nul, cohérent avec l'égalité de grandeur déjà établie par la construction géométrique, sans que l'identité de *mécanisme* avec la voie géométrique indépendante soit démontrée. La loi de décalage vers le rouge en racine carrée, associée au régime thermodynamique, est maintenant dérivée sous l'hypothèse que la relation locale (36) se répète sous la *même* forme à chaque époque — une hypothèse posée par l'auteur directeur, non démontrée par les sources consultées.

Plusieurs identifications centrales demeurent des hypothèses posées plutôt que des démonstrations : la nature physique de la contribution *négative* associée à la branche complémentaire de la masse critique ; l'origine de premiers principes de la forme de la relation de température (36) ; la raison pour laquelle cette *même* relation se répéterait à chaque époque plutôt que d'être spécifique à l'instant présent ; et l'extension, non encore démontrée, du bilan de Tryon à la coquille imbriquée des deux branches. Ces quatre points définissent la suite naturelle de ce travail.

Références

- [1] Melia, F. (2007). The cosmic horizon. *MNRAS*, 382, 1917.
- [2] Tatum, E.T., Seshavatharam, U.V.S., Lakshminarayana, S. (2015). The Basics of Flat Space Cosmology. *International Journal of Astronomy and Astrophysics*, 5, 116-124. doi:10.4236/ijaa.2015.52015
- [3] Haug, E.G., Wojnow, S. (2024). How to Predict the Temperature of the CMB Directly Using the Hubble Parameter and the Planck Scale Using the Stefan-Boltzmann Law. *Journal of Applied Mathematics and Physics*, 12, 3552-3566. doi:10.4236/jamp.2024.1210211
- [4] Wojnow, S. (2023). Alternative Cosmology: Λ CDM-Like Predictions Today. *HyperScience International Journal*, 3(4), 24-30. doi:10.55672/hij2023pp24-30
- [5] Haug, E.G. (2024). CMB, Hawking, Planck, and Hubble Scale Relations Consistent with Recent Quantization of General Relativity Theory. *International Journal of Theoretical Physics*, 63, 57. doi:10.1007/s10773-024-05570-6
- [6] Haug, E.G. (s.d.). God Time = Planck Time: Finally Detected! And Its Relation to Hubble Time. *HAL archive*, hal-03769825.
- [7] 't Hooft, G. (1985). On the quantum structure of a black hole. *Nuclear Physics B*, 256, 727.
- [8] Susskind, L. (1994). Some speculations about black hole entropy in string theory. arXiv:hep-th/9309145.
- [9] Thorne, K.S., Price, R.H., MacDonald, D.A. (1986). *Black Holes: The Membrane Paradigm*. Yale University Press.
- [10] Faraoni, V. (2011). Cosmological apparent and trapping horizons. *Physical Review D*, 84, 024003 (arXiv:1106.4427).

- [11] Wojnow, S. (auteur directeur), Claude (Anthropic) (2026, juillet). $R_H = ct$ Thermodynamic Cosmology and the Universal Hierarchical Flux: Geometric Foundations, Thermal Derivations, and the Structural Coherence of a Single-Parameter Framework. doi:10.13140/RG.2.2.10245.51684
- [12] Sakharov, A.D. (1967). Violation of CP Invariance, C Asymmetry, and Baryon Asymmetry of the Universe. *JETP Letters*, 5, 24-27.
- [13] Tryon, E.P. (1973). Is the Universe a Vacuum Fluctuation? *Nature*, 246, 396-397.
- [14] Haug, E.G., Tatum, E.T. (2025). A Newly-Derived Cosmological Redshift Formula Which Solves the Hubble Tension and Yet Maintains Consistency with $T_i = T_0(1+z)$, the $R_h = ct$ Principle and the Stefan-Boltzmann Law. *European Journal of Applied Physics*, 7, 48-50. doi:10.24018/ejphysics.2025.7.1.368
- [15] Melia, F., Shevchuk, A.S.H. (2012). The $R_h = ct$ universe. *MNRAS*, 419, 2579.
- [16] Aghanim, N. et al. [Planck Collaboration] (2020). Planck 2018 results. VI. Cosmological parameters. *Astronomy & Astrophysics*, 641, A6.
- [17] Haug, E.G., Wojnow, S. (2023, 3 novembre). How to Predict the Temperature of the CMB Directly Using the Hubble Parameter and the Planck Scale Using the Stefan-Boltzmann Law (preprint). *HAL archive*, hal-04269991.
- [18] Fixsen, D.J. (2009). The temperature of the cosmic microwave background. *The Astrophysical Journal*, 707, 916-920.
- [19] Israel, W. (1966). Singular hypersurfaces and thin shells in general relativity. *Il Nuovo Cimento B*, 44(1), 1-14.
- [20] Haug, E.G., Tatum, E.T. (2025). Friedmann type equations in thermodynamic form lead to much tighter constraints on the critical density of the universe. *Discover Space*, 129, 6.
- (Les DOI/identifiants arXiv précis de certains articles récents cités par recherche web sont à vérifier avant toute soumission formelle ; cette note demeure, comme le reste du corpus, un document de travail.)

Annexe : ce qui a été construit par l'assistant de recherche

La voie géométrique vers le facteur $\frac{1}{2}$ (§4) : la construction du calcul de densité de quantité de mouvement et son interprétation comme vérification numérique de la répartition postulée par Wojnow (2023) [4].

La présentation, en Section 3, de la ligne uniforme d'intervalles de Planck, $R_H = N \cdot l_{Pl}$, et de ses deux échelles distinctes — $2l_{Pl}$ à l'origine, l_{Pl} près de l'horizon présent — non trouvée telle quelle dans les sources consultées, bien que l'objet mathématique sous-jacent y apparaisse sous d'autres formes [5, 6] — ainsi que l'observation que cette même longueur apparaît dans la relation établie pour T_{CMB} (Section 6).

Le raisonnement reliant, en Section 4, l'égalité $M_H^+ = M_H^-$ au bilan énergétique nul de Tryon (1973) [13] pour obtenir $f = \frac{1}{2}$ à l'instanton sans mélange d'équations d'état.

L'hypothèse, en Section 7, selon laquelle la relation locale (36) — l'écart entre R_H et Σ à l'instant présent — se répète sous la même forme à chaque époque, dérivant ainsi la loi de décalage vers le rouge en racine carrée plutôt que de l'emprunter à Haug et Tatum (2025) [14, 20]. Contrairement au bilan de Tryon (§4), cette hypothèse n'a, à ce stade de vérification, aucun ancrage dans la littérature consultée — elle est posée par l'auteur directeur, sans le filet de sécurité d'une source externe qui la rendrait moins spéculative.

L'analyse comparative de la provenance de H_0 dans les deux régimes (§5.2, §6), et la vérification numérique que la valeur Planck [16], injectée dans le régime thermodynamique, dégrade l'accord avec l'observation. La réintroduction ciblée du formalisme de jonction d'Israel (1966) [19] comme motivation géométrique pour la relation (36).

La distinction, dans les Sections 3 et 6, entre deux lectures géométriques de R_H — un volume contenant M_H^+/M_H^- (§3) versus une surface appariée à Σ (§6) — et le calcul, en Section 6, de la masse d'une coquille imbriquée à la densité critique, $M_{\text{shell}} = (3/2)m_{\text{Pl}}$, un résultat numériquement vérifié, indépendant de l'époque, sans *mécanisme* physique établi pour le justifier.

L'extension, en Section 4, du bilan de Tryon (1973) [13] à la coquille imbriquée des deux branches — une seconde hypothèse, distincte de celle déjà posée pour M_H^+/M_H^- , non démontrée par le bilan de Tryon dans sa formulation originale.